БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра программного обеспечения информационных технологий

Факультет КСиС

Специальность ПОИТ

Лабораторная работа №3

по дисциплине «Методы оптимизации»

на тему «Приложения линейного программирования»

Выполнил студент: Верещагин Н.В.

группа 851006

Проверил: Филатченкова О. А.

Минск 2020

# **Формулировка задачи (Вариант 1)**

# **Практическая часть. Задание 1**

Одним из участников игры является руководство предприятия, заинтересованное в минимизации потерь — игрок A. Вторым участником игры является «природа» (совокупность объективных неопределенных факторов) — игрок П, приводящий промышленное оборудование в то или иное состояние.

**A1** - отремонтировать оборудование силами заводских специалистов,

**A2** - пригласить специалистов со стороны,

**A3** - заменить оборудование новым.

**П1** - оборудование может использоваться в очередном году после профилактического ремонта,

**П2** - для безаварийной работы оборудования в дальнейшем следует заменить отдельные его детали и узлы,

**П3** - оборудование требует капитального ремонта или замены.

Платёжная матрица.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | **Min** | **max** |
| А1 | -10 | -8 | -13 | -13 | -8 |
| А2 | -18 | -14 | -10 | -18 | -10 |
| А3 | -25 | -12 | -9 | -25 | -9 |
| **Max** | -10 | -8 | -9 |  |  |

**Критерий Байеса**

Выбираем из максимальный элемент

Вывод: выбираем первую стратегию.

**Критерий Лапласа**

Выбираем из максимальный элемент

Вывод: выбираем первую стратегию.

**Критерий Вальда**

По критерию Вальда за оптимальную принимается чистая стратегия, для которой .

Выбираем из максимальный элемент

Вывод: выбираем первую стратегию.

**Критерий Сэвиджа**

Находим матрицу рисков.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 |
| А1 | 0 | 0 | 4 |
| А2 | 8 | 6 | 1 |
| А3 | 15 | 4 | 0 |

Выбираем из минимальный элемент

Вывод: выбираем первую стратегию.

**Критерий Гурвица ()**

За оптимальную принимается та стратегия, для которой выполняется соотношение: где.

Выбираем из максимальный

Вывод: выбираем первую стратегию.

Так как цены игр меньше нуля, то прибавляем ко всем элементам платёжной матрицы некоторую константу. Пусть .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | **Min** | **Max** |
| А1 | 20 | 22 | 17 | 17 | 22 |
| А2 | 12 | 16 | 20 | 12 | 20 |
| А3 | 5 | 18 | 21 | 5 | 21 |
| **Max** | 20 | 22 | 21 |  |  |

Математическая задача для игрока

Математическая задача для игрока

Оптимальный план:

Цена игры:

*–* значит цена игры, лежащая в промежутке .

При этом стратегия, оптимальная для игрока, определяется как:

# **3. Практическая часть. Задание 2**

## **Постановка задачи**

Проект представлен сетевым графиком. Для каждой работы известна её продолжительность tij и минимально возможное время выполнения dij. Пусть задан срок выполнения проекта t0, а расчетное время tкр> t0. Продолжительность выполнения работы (i,j) линейно зависит от суммы дополнительно вложенных средств xijи выражается соотношением tij = tij - kijxij. Технологические коэффициенты kij известны.

**Требуется найти:**

1. Критический путь, ранние и поздние сроки начала и окончания работ, резервы времени, построить сетевой график
2. Построить линейный график (график Ганта)
3. Такие tнij, t0ij, xij, чтобы:
   * Срок выполнения всего комплекса работ не превышал заданной величины t0;
   * Суммарное количество дополнительно вложенных средств было минимальным;
   * Продолжительность выполнения каждой t’ij была не меньше заданной величины dij.
4. По найденным данным найти новый критический путь, ранние и поздние сроки начала и окончания работ, резервы времени, построить сетевой график
5. Построить линейный график
6. Сделать выводы

## **Условие индивидуального задания**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Параметры | Работы | | | | | | | | | | Срок выполнения проекта t0 |
| 1,2 | 1,3 | 1,4 | 2,4 | 2,5 | 3,4 | 3,6 | 4,5 | 4,6 | 5,6 |
| tij | 6 | 15 | 26 | 7 | 11 | 10 | 11 | 12 | 13 | 17 | 50 |
| dij | 5 | 13 | 20 | 5 | 9 | 7 | 8 | 9 | 12 | 15 |
| kij | 0,07 | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 0,05 | 0,1 | 0,04 | 0,05 | 0,15 | 0,5 |

Где:

tij – продолжительность выполнения работы;

dij –минимально возможное время выполнения;

kij – технологический коэффициент работы.

## **Критический путь, ранние и поздние сроки начала и окончания работ, резервы времени, построить сетевой график**

tр(i) – **ранний срок свершения события** **i**. Самый ранний момент времени к которому завершаются все предшествующие этому событию работы. Так как может быть несколько путей, предшествующих данному событию, то ранний срок свершения события определяется продолжительностью максимального предшествующего пути *t*р(*i*) = *t*[L1(*i*)], где L1(*i*) – **максимальный предшествующий путь**.

tп(i) – **поздний срок свершения события i**. Самый поздний момент, после которого остается ровно столько времени, сколько необходимо для завершения всех работ­, следующих за этим событием, без превышения критического времени tкр. *t*п(*i*) = tкр - *t*[L2(*i*)] где L2(*i*) – **длина максимального из последующих путей**.

**Резерв времени события** *R*(*i*) равен Разности между поздним и ранним сроками свершения события: *R*(*i*) = *t*п(*i*) - *t*р(*i*).

**Ранний срок начала работы** (*i*,*j*) равен раннему сроку свершения события *i*: *t*рн(*i*,*j*) = *t*р(*i*).

**Ранний срок окончания работы** (*i*,*j*) равен сумме раннего срока свершения начального события работы и ее продолжительности: *t*ро (*i*,*j*) = *t*р(j) + *tij*.

**Поздний срок окончания работы** (*i*,*j*) совпадает с поздним сроком свершения ее конечного события: *t*по (*i*,*j*) = *t*п(j).

**Поздний срок начала работы** (*i*,*j*) равен разности между поздним сроком свершения *t*пн (*i*,*j*) = *t*п(j) - *tij.*

**Полный резерв времени работы**

**Независимый (свободный) резерв времени работы**

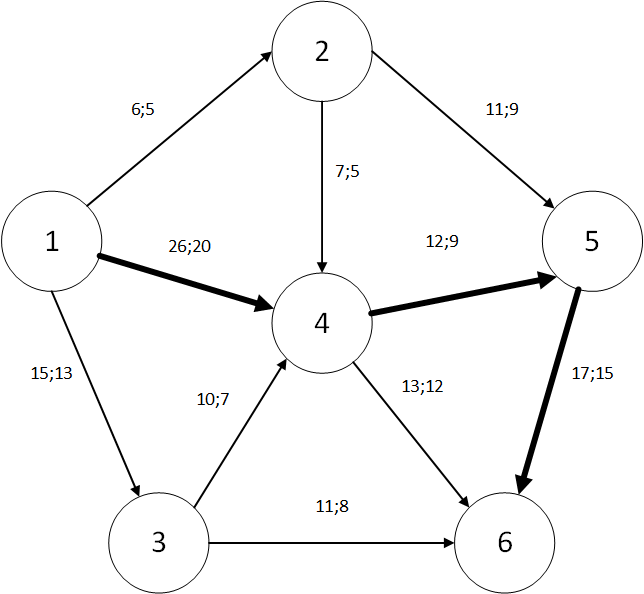
**Частный резерв времени работы первого вида**

**Частный резерв времени работы второго вида**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **События** | **tр(i)** | **tп(i)** | **Rп(i)** |
| **1** | 0 | 0 | 0 |
| **2** | 6 | 19 | 13 |
| **3** | 15 | 16 | 1 |
| **4** | 26 | 26 | 0 |
| **5** | 38 | 38 | 0 |
| **6** | 55 | 55 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Работы** | **Продолж. работ** | **tрн(i,j)** | **tро(i,j)** | **tпо(i,j)** | **tпн(i,j)** | **Rп(i,j)** | **Rн** | **R'(i,j)** | **R''(i,j)** |
| (1, 2) | 6 | 0 | 6 | 19 | 13 | **13** | 0 | 13 | 0 |
| (1, 3) | 15 | 0 | 15 | 16 | 1 | **1** | 0 | 1 | 0 |
| (1, 4) | 26 | 0 | 26 | 26 | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (2, 4) | 7 | 6 | 13 | 26 | 19 | **13** | 0 | 0 | 13 |
| (2, 5) | 11 | 6 | 17 | 38 | 27 | **21** | 8 | 8 | 21 |
| (3, 4) | 10 | 15 | 25 | 26 | 16 | **1** | 0 | 0 | 1 |
| (3, 6) | 11 | 15 | 26 | 55 | 44 | **29** | 28 | 28 | 29 |
| (4, 5) | 12 | 26 | 38 | 38 | 26 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (4, 6) | 13 | 26 | 39 | 55 | 42 | **16** | 16 | 16 | 16 |
| (5, 6) | 17 | 38 | 55 | 55 | 38 | **0** | 0 | 0 | 0 |

**Критический путь:** (1, 4) (4, 5) (5, 6)



## **Линейный график (график Ганта)**

## **Оптимизация**

**Ограничения:**

Cрок выполнения проекта не должен превышать *t*0 = 50:

Продолжительность выполнения каждой работы должна быть не меньше минимально возможного времени:

Зависимость продолжительности работ от вложенных средств:

Время начала выполнения каждой работы должно быть не меньше времени окончания непосредственно предшествующей ей работы:

**Результат:**

.

*.*

## **Новый критический путь, ранние и поздние сроки начала и окончания работ, резервы времени.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **События** | **tр(i)** | **tп(i)** | **Rп(i)** |
| **1** | 0 | 0 | 0 |
| **2** | 6 | 6 | 0 |
| **3** | 13 | 13 | 0 |
| **4** | 23 | 23 | 0 |
| **5** | 35 | 35 | 0 |
| **6** | 50 | 50 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Работы** | **Продолж. работ** | **tрн(i,j)** | **tро(i,j)** | **tпо(i,j)** | **tпн(i,j)** | **Rп(i,j)** | **Rн** | **R'(i,j)** | **R''(i,j)** |
| (1, 2) | 6 | 0 | 6 | 6 | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (1, 3) | 13 | 0 | 13 | 13 | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (1, 4) | 23 | 0 | 23 | 23 | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (2, 4) | 7 | 6 | 13 | 23 | 16 | **10** | 10 | 10 | 10 |
| (2, 5) | 11 | 6 | 17 | 35 | 24 | **18** | 18 | 18 | 18 |
| (3, 4) | 10 | 13 | 23 | 23 | 13 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (3, 6) | 11 | 13 | 24 | 50 | 39 | **26** | 26 | 26 | 26 |
| (4, 5) | 12 | 23 | 35 | 35 | 23 | **0** | 0 | 0 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (4, 6) | 13 | 23 | 36 | 50 | 37 | **14** | 14 | 14 | 14 |
| (5, 6) | 15 | 35 | 50 | 50 | 35 | **0** | 0 | 0 | 0 |

**Критические пути:**

(1, 4) (4, 5) (5, 6)

(1, 3) (3, 4) (4, 5) (5, 6)



## **Новый линейный график (график Ганта)**

## **Выводы**

Чтобы выполнить работы проекта за директивное время , необходимо дополнительно вложить 24 ден. ед. При этом средства распределятся следующим образом: 10 ден. ед. – в работу (1,3), 10 ден. ед. – в работу (1,4) и 4 ден. ед. – в работу (5,6), что приведет к сокращению продолжительности работы (1,3) на 2 дня, работы (1,4) – на 3 дня, и работы (5,6) – на 2 дня. Сокращение срока реализации проекта за счет вложения дополнительных средств составит 5 ед. времени.